



# «КЕНГУРУ» – ВЫПУСКНИКАМ



ТЕСТ ГОТОВНОСТИ К ПРОДОЛЖЕНИЮ ОБРАЗОВАНИЯ

2005

X. Верно ли, что данная функция определена во всех точках отрезка  $[2; 6]$ ?

46)  $y = \frac{x^2}{x^2 - 10}$

47)  $y = \sqrt{x-2} + \frac{1}{\sqrt{7-x}}$

48)  $y = \sqrt{\frac{x^3 - 9x^2 + 20x}{x+1}}$

49)  $y = \lg(28 - 3^{x/2})$

50)  $y = \frac{1}{|x-10| - |x|}$

XI. Верно ли утверждение?

51) Число  $\lg 100\pi$  – целое.

52) Число  $\cos \frac{15\pi}{4}$  – рациональное.

53) Среднее арифметическое чисел  $\sin 30^\circ$ ,  $\sin 31^\circ$ ,  $\sin 32^\circ$  больше  $\frac{1}{2}$ .

54) Если  $f'(1) < 0$ , то функция  $f$  не может быть возрастающей на отрезке  $[0; 2]$ .

55) Наибольшее значение функции  $y = \frac{x}{3x^2 + 4}$  не превосходит  $\frac{1}{7}$ .

XII. В правильной четырехугольной пирамиде  $PABCD$  с вершиной  $P$  каждое ребро равно 2. Верно ли утверждение?

56) Расстояние от вершины  $C$  до плоскости  $BPD$  больше 1.

57) Число пар скрещивающихся ребер этой пирамиды равно 12.

58) Расстояние от вершины  $A$  до прямой  $PC$  равно 2.

59) Угол между боковым ребром и плоскостью основания больше угла между боковой гранью и плоскостью основания.

60) Если  $E$  – точка на ребре  $PC$  и плоскость  $BDE$  делит объем пирамиды в отношении  $1 : 5$ , то  $EP = 2 \cdot CE$ .

Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!



# «КЕНГУРУ» – ВЫПУСКНИКАМ



ТЕСТ ГОТОВНОСТИ К ПРОДОЛЖЕНИЮ ОБРАЗОВАНИЯ

2005

Вам предлагаются 12 задач, каждая из которых состоит из 5 родственных друг другу вопросов (всего надо ответить на 60 вопросов). Любой из этих вопросов допускает лишь два возможных ответа: «Да» или «Нет». Кроме того, Вы можете дать ответ «Не знаю». Ответы «Да» или «Нет» Вы указываете, закрашивая соответствующий овал в таблице ответов. При ответе «Не знаю» Вы оставляете оба овала для этого вопроса незакрашенными.

**Внимание:** за верный ответ «Да» или «Нет» будут начисляться

3 балла, за неверный ответ «Да» или «Нет» будет сниматься 1 балл, а ответ «Не знаю» оценивается в 0 баллов. Поэтому не следует «угадывать» ответы: отвечайте «Да» или «Нет» только тогда, когда Вы уверены в ответе.

### ОБРАЗЕЦ ТАБЛИЦЫ ОТВЕТОВ

Так будет выглядеть часть таблицы ответов, если выбраны следующие ответы на вопросы:

- 1 – «да»,  
2 – «не знаю»,  
3 – «нет», ...  
... 31 – «не знаю»,  
32 – «нет»,  
33 – «да», ...

	1	2	3	...
Д	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Н	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Д	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
Н	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Нельзя закрашивать два овала в одной колонке!

I. Справедливо ли тождество?

1)  $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = (ay - bx)^2$

2)  $\sqrt[5]{x^3 y} \sqrt[4]{y^2 x} = \sqrt[20]{x^{11} \cdot y^3}$ , где  $x \geq 0, y \geq 0$

3)  $(a + \frac{ab}{a-b})(\frac{ab}{a+b} - b) : \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$

4)  $\cos 4\alpha - \sin 4\alpha \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha + 1 = 0$

5)  $(\log_a c + \log_b c) \cdot \log_{ab} c = \log_a c \cdot \log_b c$

II. Верно ли утверждение?

6) Число 133 – простое.

7) Пять разных монет можно разложить по четырем карманам более, чем 1000 способами.

- 8) Пять одинаковых монет можно разложить по четырем карманам так, чтобы ни один карман не остался пустым, ровно пятью способами.
- 9) Цифры числа 18587442 можно переставить так, что полученное число будет делиться на 9.
- 10) Число  $\sqrt{0,4444\dots}$  меньше, чем  $\frac{5}{7}$ .

III. Верно ли утверждение?

- 11) Если в четырехугольнике есть две пары равных сторон, то он – параллелограмм.
- 12) Если два угла – смежные, то их биссектрисы перпендикулярны.
- 13) Существует треугольник периметра 10, одна из сторон которого равна 6.
- 14) Если  $O$  – точка пересечения диагоналей трапеции  $ABCD$  с основанием  $AD$ , то площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны.
- 15) Если хорды  $AB$  и  $CD$  некоторой окружности пересекаются в точке  $M$ , то  $AM \cdot MB = CM \cdot MD$ .

IV. В треугольнике  $ABC$  отрезок  $CH$  – высота,  $AB = 6$ ,  $BC = 5$ ,  $CH = 3$ . Верно ли утверждение?

- 16)  $\cos B = \frac{3}{5}$
- 17) Высота, опущенная из вершины  $A$ , больше 3,5.
- 18)  $AC = \sqrt{13}$
- 19) Угол  $C$  – тупой.
- 20) Радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , меньше  $\frac{3}{2}$ .

V. Верно ли утверждение о последовательности, заданной формулой  $a_n = 2^n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ?

- 21) Последовательность  $\frac{1}{a_n}$  является геометрической прогрессией.
- 22) Число 128 нельзя представить как произведение трех различных членов последовательности  $a_n$ .
- 23)  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{100} = 2^{5050}$
- 24)  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{10000}} > 1$
- 25) При всех  $n$  справедливо равенство  $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$ .

VI. Верно ли, что при некотором  $a$  данное уравнение имеет единственный корень?

- 26)  $ax + 5 = 0$
- 27)  $|2x - 3| = a$
- 28)  $a \sin x = 1$
- 29)  $\lg x^2 = a$
- 30)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-a} = 3$

VII. Верно ли, что все корни данного уравнения содержатся среди чисел  $-2, -1, 0, 1$ ?

- 31)  $5 - 2x = 4x + 1$
- 32)  $\frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = 0$
- 33)  $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$
- 34)  $\cos^2 \pi x = 2 - 2x + x^2$
- 35)  $1 - x = \sqrt{2x - 2}$

VIII. Верно ли утверждение?

- 36) Если  $c < 0$ , то уравнение  $x^2 + 3x + c = 0$  имеет два действительных корня разных знаков.
- 37) При некотором  $c$  вершина параболы  $y = x^2 + 3x + c$  лежит в четвертой четверти.
- 38) При некотором  $c$  неравенство  $x^2 + 3x + c < 0$  верно при всех  $x$ .
- 39) При любом  $c$  параболы  $y = x^2 + 3x + c$  и  $y = x^2 - 3x + c$  симметричны друг другу относительно оси ординат.
- 40) Если  $1 + b + c < 0$ , то уравнение  $x^2 + bx + c = 0$  имеет два действительных корня.

IX. Верно ли утверждение о функции  $f(x) = x + \sin x$ ?

- 41) Функция  $f(x)$  – четная.
- 42) Функция  $f(x)$  – возрастающая.
- 43) График этой функции лежит в полосе  $x - 1 \leq y \leq x + 1$ .
- 44) Область значений функции  $f(x)$  есть множество всех действительных чисел.
- 45) Уравнение  $f(x) = 0,9x$  имеет бесконечно много решений.